

Mr. López (errores y sugerencias: mathdoc4u@yahoo.com)

Como en la vida diaria, se pueden **sumar y restar cosas semejantes**; peras con peras, lápices con lápices, pesos con pesos, tercios con tercios, séptimos con séptimos, z's con z's, $((a^3)(b^2))s$ con $((a^3)(b^2))s$...

Fracciones equivalentes son aquellas que representan el mismo valor: $(1/2) = (2/4) = (3/6)$, $(6/5) = (12/10)$. Si se divide usando una calculadora $(6/5)$ el valor será exactamente el mismo a $(12/10)$ y $(1/2)$ el mismo a $(50/100)$, $(43/86)$, ... Una **fracción impropia** es aquella en que el numerador es mayor que el denominador, ejemplos: $(7/3)$, $(12/10)$ y se reescriben como **números mixtos**: $(7/3) = 2(1/3)$ y $(12/10) = 1(2/10) = 1(1/5)$

Las fracciones siempre se deben reducir de un modo tal que no exista múltiplo común en el numerador y el denominador: $(12/30) = (6/15) = (2/5)$ y $(2/8) = (1/4)$. Cualquier valor numérico o procedimiento operativo se puede representar como un número **fraccionario, decimal, por ciento, gráficamente** o en la **línea numérica**.

Casos de suma y resta de fracciones: I._ cuando los denominadores son iguales se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador: $(1/3) - (5/3) = -(4/3)$, $(6a/xy^2) + (3b/xy^2) = (6a + 3b)/xy^2$

II._ cuando los denominadores NO son iguales PERO **uno es múltiplo del otro** se usa éste como común denominador y se usa una fracción semejante: $(1/10) + (3/5) = (1/10) + (6/10) = (7/10)$ (porque $(3/5)$ es semejante a $(6/10)$), $(3/5) = ((3x2)/5x2) = (6/10)$

$(2/7) - (6/28) = (8/28) - (6/28) = (2/28) = (1/14)$ $((2/7)$ es semejante a $(8/28)$, $(2/7) = ((2x4)/(7x4)) = (8/28)$)

III._ cuando los denominadores **no** son iguales y **uno NO es múltiplo del otro** se tiene que utilizar el **mínimo común múltiplo** (lo que equivale a expresar ambas fracciones como semejantes)

$(2/3) + (1/4) = ((8/12) + (3/12)) = ((8+3)/12) = (11/12)$ $(5/y) - (10/z) = (5z/yz) - (10y/yz) = (5(z-2y)/yz)$

Para **multiplicar fracciones** se multiplican ambos numeradores y ambos denominadores para hallar el numerador y el denominador del producto: $(7/9) x (4/5) = ((7x4)/(9x5)) = (28/45)$. Multiplicar fracciones, digamos $((1/2) x (1/3))$, es lo mismo que decir "un medio de un tercio"; osea, un tercio se divide en dos.

La **división de fracciones** se realiza en dos pasos: 1ro se convierte la división en una multiplicación y 2do se invierte la segunda fracción, entonces se realiza la multiplicación: $(2/7) \div (3/5) = (2/7) x (5/3) = 10/21$ Una fracción impropia se puede escribir como un **número mixto** en el que el número entero de la división es la parte entera, el restante es el numerador y el denominador queda igual: $(7/3) = 2(1/3)$ y $(12/10) = 1(1/5)$

Para **multiplicar o dividir fracciones mixtas** se debe hacer el proceso inverso, osea; espesarlas como impropias. Se multiplica el denominador por el número entero y al resultado se le suma el numerador: $2(1/3) = ((2 x 3) + 1)/3 = (7/3)$, $1(1/5) = ((1 x 5) + 1)/5 = (6/5) = (12/10)$

Los **por cientos** son equivalentes a fracciones cuyo denominador es 100 (por eso se dice "por ciento"). 25% es lo mismo que decir $(25/100) = 1/4$ (un "quarter" (cuarto) es 25% de un dólar). 75% de 200 significa que se tienen 200 unidades de algo y se quiere saber cuanto sería esa cantidad en una proporción de $75/100$ osea:

$200 x (75/100) = (200/1) x (75/100) = 2 x 75 = 150$. **T x % = P:** el todo por el por ciento es la parte/proporción

Algebra: Para **sumar o restar términos semejantes** éstos deben agruparse primeramente en el mismo lado de la ecuación, pasando un término al otro lado de una ecuación o desigualdad usando la **operación inversa**. La suma y la resta son operaciones inversas una de la otra, al igual que la multiplicación y la división, y la potenciación y radicación: $(q / 7) = 2 \Rightarrow q = 2 x 7 = 14$ (el 7 está dividiendo a **q** en el lado izquierdo de la ecuación esto implica (\Rightarrow) que se debe pasar 7 al lado derecho (de la ecuación) multiplicando a 2). **3a** y **5a** son los términos semejantes de la ecuación: $(3a + 7) = 5a$; "3a" es positivo en el lado izquierdo, osea pasa como un término negativo al derecho ...

Siempre **escriba canónicamente las expresiones algebraicas** empezando por el factor numérico y después los términos algebraicos alfabéticamente: $((c^2)(b^4)(c^7)3(b^{-1})(5)) = (15(b^3)(c^9))$

Quando se **multiplican, dividen o se extraen de un paréntesis términos con signo** siempre que se opere con términos con signos diferentes el resultado es menos (negativo). Todo término multiplicado, dividido por o elevado a la potencia 1 es el mismo término: $5x1=5$, $(18/1)=18$, $(3/5)^1 = (3/5)$, $(a+4)^1 = (a + 4)$ Todo término multiplicado por 0 es 0: $(4 x 0) = 0$, $x^2 \cdot 0 = 0$ (la división por 0 no está definida)

Un **número decimal es una fracción cuyo denominador es una potencia de 10**: $(0.375 = 375/1000) = (3x125/8x125) = (3/8)$. **Dividir un número por una potencia de 10 equivale a mover el punto decimal a la izquierda** tantos ceros tenga la potencia de 10 y **multiplicar equivale a mover el punto decimal a la derecha**.

Potencias y raíces: Un **número elevado a un exponente**: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (de modo tal que la base, **a**, la encontramos **n** (el exponente) veces en el producto): $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$, $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

$7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2,401$ $(y^2z)^3 = (y^2z) \cdot (y^2z) \cdot (y^2z) = y^6z^3$ Para **multiplicar expresiones numéricas o algebraicas con la misma base** se suman los exponentes: $(3^2x3^4) = (3^{2+4}) = 3^6 = 729$ y sólo, si tienen el **mismo exponente se multiplican las bases**: $(7^23^5) = (7^23^23^3) = (21^23^3) = 441 x 27 = 11,907$

Prioridad de operaciones: Trabaje siempre progresivamente considerando cada operación paso a paso:

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) desde los paréntesis más interiores hacia el exterior 2) exponentes y raíces 3) multiplicaciones y divisiones 4) sumas y/o restas | $(3 \cdot (a+4) + 2a)^2 = (3a+12+2a)^2 = (5a+12)^2 = (5a + 12) x (5a + 12)$
Pasos: el paréntesis más interior es el que encierra $(a + 4)$, como sabemos que no podemos sumar a con 4 debemos entonces considerar la operación inmediata, que es multiplicar cada uno de los términos de esa expresión por 3, entonces podemos sumar 3a con 2a , . . . |
|---|---|

Todo número o expresión algebraica elevado a un exponente negativo es igual a 1 sobre el número elevado al mismo exponente positivo: $a^{-n} = 1/a^n$ $3^{-2} = 1/3^2 = (1/9)$, $(x^2-y^2)^{-1} = 1/(x^2-y^2)$ y todo número o expresión algebraica elevado al exponente 0 es 1: $2^0 = 1$, $(57)^0 = 1$, $(a+b)^0 = 1$

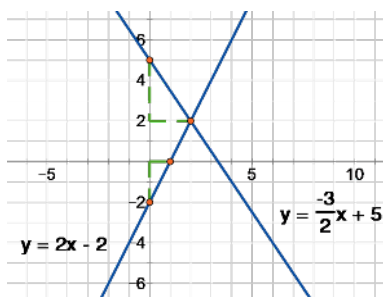
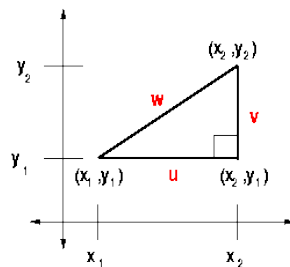
$$(a/b)^n = (a/b) \cdot (a/b) \cdot \dots \cdot (a/b) = (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) / (b \cdot b \cdot \dots \cdot b) = (a^n/b^n)$$
 (multiplicando la fracción)

Hallar la raíz de un número es la operación inversa de hallar la potencia: dado que $5^2 = 25$, la raíz cuadrada de 25 es 5 ($\sqrt{25} = 5$), la raíz cúbica de 125 es 5 ($\sqrt[3]{125} = 5$) porque $5^3 = 125$ y la raíz cuarta de z^8 ($\sqrt[4]{z^8}$) es z^2 porque $z^2 \cdot z^2 \cdot z^2 \cdot z^2 = z^8$

Medidas de longitud: 1 pie = 12" (pulgadas), 1 yarda = 3 pies = 36", 1 milla = 1,760 yardas; **tiempo:** 1 día = 24 horas, 1 hora = 60 minutos, 1 minuto = 60 segundos; **peso:** 1 libra = 16 onzas. Cuando se resta y suma medidas cuya conversión posicional no es expresada en base 10, hay que tener en cuenta que si se toma una unidad de la posición inmediata mayor esta podría equivaler a sumar 12, 16, 60, 7 o 24.

Dada una serie de eventos mensurables (la cantidad de lluvia, de calorías y grasa ingerida, que un bateador llegue a primera base o no), se puede hallar el **valor promedio** o la **media aritmética** dividiendo la suma de cada uno de los valores observados por el número total de eventos. La **mediana** es el valor que tiene tantos datos antes, como después y la **moda** es el valor que más se repite.

La suma de los ángulos internos de todo triángulo es 180° (180 grados). El área de figuras geométrica se puede calcular mediante **triangulaciones** sucesivas. Cuando dos rectas se cortan se forman **ángulos adyacentes** y **ángulos opuestos al vértice** (punto donde se cortan). La suma de las medidas de **ángulos adyacentes** es 180° . La suma de los lados de una **figura geométrica** plana cerrada es su **perímetro**. En triángulos rectángulos **la suma de los cuadrados de los catetos es igual a la hipotenusa al cuadrado (teorema de Pitágoras)**, lo cual se usa para hallar la **distancia** entre dos puntos en un **sistema de coordenadas**: $w^2 = u^2 + v^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$



Existe una **correspondencia entre las expresiones algebraicas y (sus) representaciones gráficas** en un sistema de coordenadas. Una línea recta, determinada por un punto y su **pendiente**, se escribe algebraicamente como una expresión lineal de la forma: $y = f(x) = m \cdot x + b$, donde m es la pendiente y b es la intercepción con el eje y (cuando x es 0), por ejemplo: $y = -(3/2) \cdot x + 5$. Una parábola, $f(x) \approx x^2$ es la curva descrita por el flight de una pelota bateada.

Para resolver **problemas verbales**: 1) **lea** la pregunta; 2) **lea cuidadosamente y recree mentalmente** el problema; 3) determine las **palabras claves** (y aspectos irrelevantes); 4) analice la relación entre los **datos** y lo que **se busca**; 5) **traduzca** el problema verbal a relaciones matemáticas y/o identifique las fórmulas que se deben usar; 6) haga **cálculos intermedios y conversiones**; 7) **resolución**; 8) **comprobación**

Fórmulas para hallar el **Perímetro** y el **Área** de una figura plana usando su **lado, base, altura y radio**:

- Δ triángulo **P:** $(l_1 + l_2 + l_3)$ **A:** $(1/2)(b \cdot a)$
- # paralelogramo/rectángulo **P:** $(2 \cdot (b + a))$ **A:** $(b \cdot a)$
- cuadrado **P:** $4 \cdot l$ **A:** l^2
- ◻ trapecio **P:** $(l_1 + b_1 + l_2 + b_2)$ **A:** $(1/2)((b_1 + b_2) \cdot a)$
- círculo **P:** $2\pi \cdot r$ **A:** $\pi \cdot r^2$ ($\pi \approx 3.14$)

Fórmulas para hallar el **Área** envolvente y el **Volúmen** de figuras espaciales:

- ◻ cubo **A:** $6 \cdot l^2$ **V:** l^3
- ◻ cilindro **A:** $2 \cdot \pi \cdot R \cdot (a + R)$ **V:** $\pi \cdot a \cdot R^2$
- ◻ cono **A:** $\pi \cdot r \cdot (r + g)$ **V:** $\pi \cdot r^2 \cdot a / 3$ (**generatriz**)
- ◻ esfera **A:** $4 \cdot \pi \cdot r^2$ **V:** $4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$